Fremdrivningsmodstand og effektbehov.

Formål.

I dette afsnit skal der beregnes den kraft, som kræves for at bevæge båden frem ved forskellige hastigheder. Desuden skal den effekt, som medgår hertil bestemmes. Beregningerne foretages for et deplacement på 2,5 m^3. Derudover skal det vurderes, hvor meget farten formindskes hvis båden lastes til et lidt større deplacement. Dette er tilfældet, hvis besætningen medtager ekstra udstyr, eller såfremt man måtte ønske at indlægge ballast for at øge stabiliteten.

Fremgangsmåde.

Til brug ved projektering af skibe har man udviklet beregningsværktøjer, hvormed man er i stand til at bestemme fremdrivningsmodstanden og effektbehovet for at opnå en given hastighed. Dette kan foretages, mens skibet endnu kun foreligger som tegninger. Fremdrivningsmodstanden er den kraft, hvormed en tænkt bugserbåd skal trække i slæbetrossen. Effektbehovet er den maskinkraft, som er nødvendig for at opnå den givne hastighed under forudsætning af, at fremdriftsmidlet (normalt skruen, men her padlerne) har en virkningsgrad på 100%. Metoden, som bliver benyttet i det følgende, er beskrevet i ref. 1

Det er normal praksis at dele fremdrivningsmodstanden op i to bidrag. Det ene skyldes forskydningsspændingerne i det grænselag, som dannes, når vandet strømmer forbi skibets sider og bund. Denne del af modstanden kaldes for friktionsmodstanden. Som en tilnærmet værdi til denne størrelse beregner man den modstand, som kræves for at bevæge en plan plade gennem vandet med en given hastighed. Dens længde skal være lig fartøjets vandlinielængde og dens areal skal være det samme som for den neddyppede del af båden. Beregningen foretages ved hjælp af følgende udtryk:

$$R_f = C_f \cdot S \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u^2 \qquad (1)$$

Symbolerne har følgende betydning:

R_f	Friktionsmodstand	[Newton]
C_f	Koefficient	[Dimensionsløs]
S	Areal af våd overflade	[m^2]
ρ	Massefylde	[kg/m^3]
u	Hastighed	[m/s]

Koefficienten C_f for friktionsmodstanden kan beregnes ved hjælp af Schoenherrs formel:

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_f}} = \log_{10} \cdot (\mathrm{Re} \cdot C_f) \qquad (2)$$

Re betegner Reynolds tal og er et mål for, hvor stor en indflydelse vandets viskositet øver på fremdrivningsmodstanden. Tallet er defineret således:

$$\mathrm{Re} = \frac{u \cdot L}{\nu} \qquad (3)$$

L	Vandlinielængde	[m]
ν	Kinematisk viskositet	[m^2/s]

Den virkelige fremdrivningsmodstand for fartøjet er imidlertid større end den omtalte friktionsmodstand. Den ekstra modstand, som skal lægges til, kaldes residualmodstanden og betegnes

med symbolet R_r. Den beregnes ved et udtryk analogt med (1), hvor den tilhørende koefficient kaldes C_r. Den totale modstand bliver således

$$R_t = R_f + R_r \tag{4}$$

Koefficienten for den totale modstand bliver på tilsvarende måde:

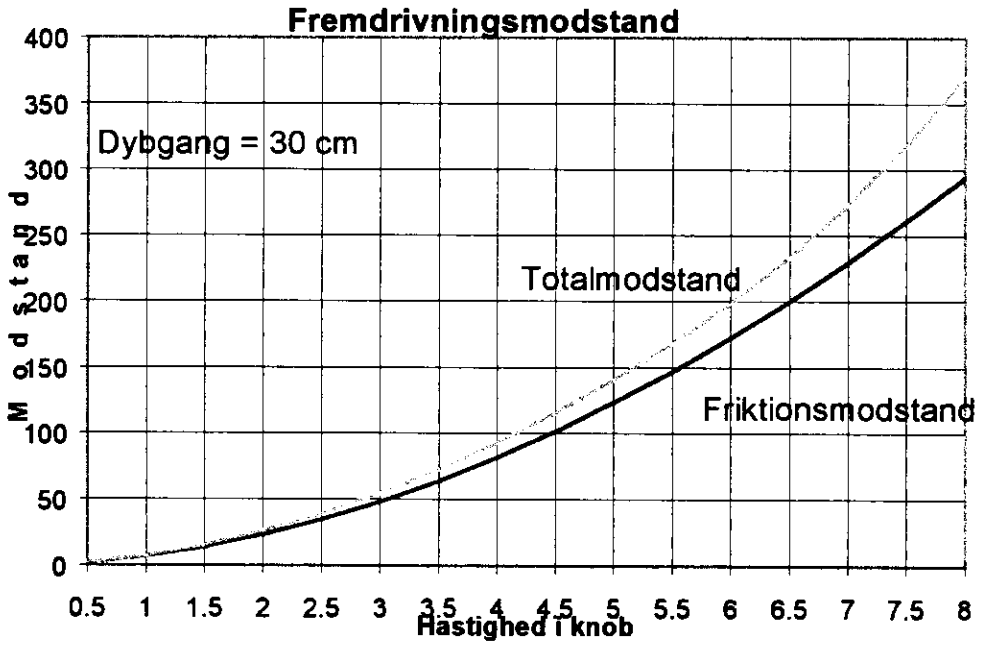
$$C_t = C_f + C_r \tag{5}$$

Som omtalt ovenfor er C_f en funktion af Reynolds tal. Koefficienten for residualmodstand er derimod en funktion af flere forskellige dimensionsløse størrelser. Således indgår nogle af de formkoefficenter som er beskrevet i afsnit 2. Det drejer sig om bredde/dybgangskoefficienten *Cb/d*, den prismatiske koefficient *Cp* og længdekoefficienten *(M)*. C_r er også en funktion af Froudes tal, der defineres således:

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{g \cdot L}} \tag{6}$$

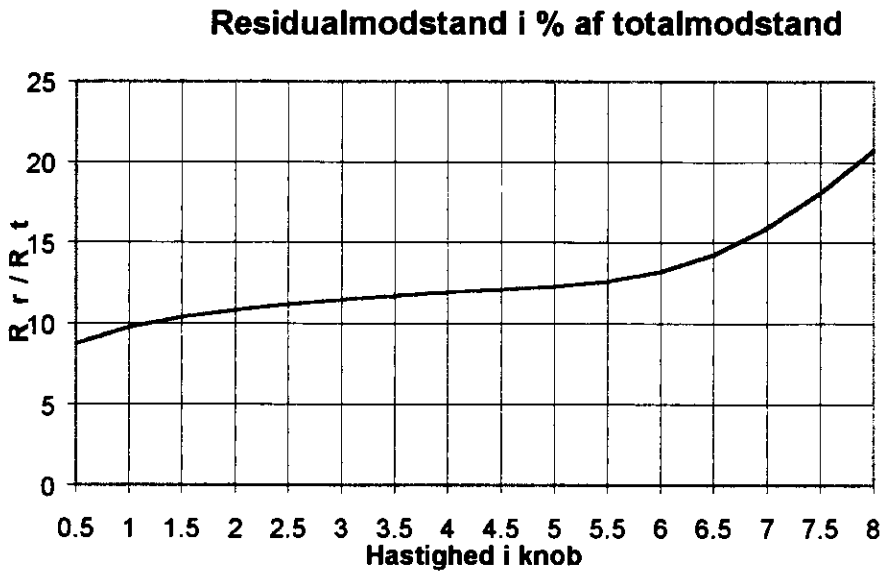
g betegner tyngdeaccelerationen som sættes til 9,81 m/s^2. Som bekendt vil et skib, der bevæger sig gennem vandet, danne et system af bov- og hækbølger, og Froudes tal er et mål for hvor stor en indflydelse disse bølgesystemer har på fremdrivningsmodstanden. Residualmodstanden afhænger også af Reynolds tal, men man ser normalt bort fra indflydelsen af denne størrelse. For et slankt fartøj som Hjortspringbåden er den herved begåede fejl yderst ringe.

Til beregningerne benyttes værdierne $\rho = 1000$ kg/m^3 og $\nu = 1{,}31 \cdot 10^{-6}$ m^2/s svarende til ferskvand ved ca. 10 ° C. Dybgangen er sat til 30 cm svarende til at fartøjet er fuldt lastet og har et deplacement på 2,5033 m^3. Beregningerne er gennemført for hastigheder for hastigheder op til 8 knob, og resultatet er gengivet på fig. 1. Den nederste kurve viser friktionsmodstanden og den øverste den totale modstand, og forskellen er således residualmodstanden.



Figur 1

Figur 2 viser, hvor mange procent residualmodstanden udgør af den totale modstand. For hastigheder i intervallet 3 - 6 knob er dette forhold ca. 12%. For større hastigheder stiger det og når op på godt 20% ved hastigheden 8 knob. Den stigning af forholdet, som kan iagttages når hastigheden øges over ca. 6 knob skyldes at bov- og hækbølgerne her begynder at få indflydelse på modstanden.

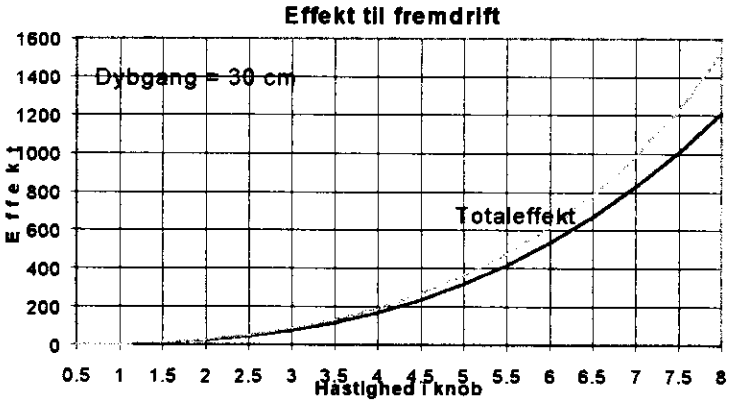


Figur 2

Efter at modstanden er bestemt er det en enkel sag at finde den effekt som kræves til fartøjets fremdrift, idet der gælder følgende sammenhæng:

$$P_t = R_t \cdot u \tag{7}$$

hvor P_t betegner effekten i Watt. Denne effekt er optegnet som funktion af hastigheden i fig. 3.



Figur 3

Indflydelsen af vandets saltholdighed

Vandets saltholdighed har en meget ringe indflydelse på fremdrivningsmodstanden og effektbehovet. Det følgende begrunder, hvorfor vi kan se bort fra den.

Som omtalt er modstand og effektbehov beregnet under forudsætning af, at båden sejler i ferskvand. Ved stigende saltholdighed øges såvel vandets massefylde som dets viskositet. Vi vil i dette afsnit undersøge, hvor meget dette indvirker på fremdrivningsmodstand og effektbehov. Det fremgår af udtrykkene (1) og (4), at modstanden er proportional med vandets massefylde. Af reference (1) fremgår det, at denne størrelse øges med ca. 0,8%, hver gang vandets saltholdighed vokser med 1%. Når massefylden stiger, vil båden ligge mindre dybt i vandet, og den våde overflade bliver mindre. Modstanden vil derfor vokse med en værdi, der er mindre end de 0,8%, når saltholdigheden øges 1%. Viskositeten vil også blive lidt større, og dette vil have indflydelse på Reynolds tal og dermed på koefficienten C_f, men virkningen er yderst ringe. Vandet i Østersøen og Bælthavet har et forholdsvist lille indhold af salt, formodentlig omkring 1 %, og de beregnede værdier er derfor tilstrækkeligt nøjagtige under disse forudsætninger.

Indflydelse af ændret deplacement

Som omtalt er beregningen af modstand og effektbehov gennemført for deplacementet på 2,5033 m^3. Vi vil i nærværende afsnit undersøge, hvor stor indflydelsen er på disse størrelser, hvis deplacementet ændres. En sådan ændring kan forekomme af flere årsager. Således kan det tænkes, at besætningen medfører mere udstyr og flere våben end først antaget. Besætningen kan være reduceret som følge af, at nogle er faldet under krigshandlinger. Man kunne også ønske at øge fartøjets stabilitet ved hjælp af stenballast.

Problemstillingen kan analyseres på forskellige måder. Det enkleste består i at undersøge, hvor meget modstanden og effektbehovet vokser, når deplacementet øges, men hastigheden holdes konstant. Til det formål betragter vi ligning (1) og udnytter vor viden fra afsnittene 1.1 og 1.2 om, at arealet S er en funktion af deplacementet ∇. Ved differentiation af (1) når man frem til følgende udtryk:

$$\frac{dR_f}{R_f} = \frac{dS}{d\nabla} \cdot \frac{\nabla}{S} \cdot \frac{d\nabla}{\nabla} \tag{8}$$

I afsnit 2.5.1, bilag 1 og 2 findes tabelværdier, som giver en sammenhæng mellem den våde overflade S og deplacementet ∇. Ved en numerisk differentiation, som ikke skal gengives her, finder man differentialkoefficienten $dS/d\nabla = 2{,}65\ m^2/m^3$, som svarer til $S = 14{,}9\ m^2$ og $\nabla = 2{,}5033\ m^3$. Indsætter man disse tal i (8) fås:

$$\frac{dR_f}{R_f} = 0{,}445 \cdot \frac{d\nabla}{\nabla} \tag{8a}$$

Det betyder, at for hver procent man forøger deplacementet, vil fremdrivningsmodstanden vokse med 0,445%, såfremt man skal holde hastigheden konstant. For effekten P_t gælder, at den vokser med samme procentværdi, idet den fremkommer ved at multiplicere fremdrivningsmodstanden med hastigheden, der som omtalt er forudsat konstant ved differentionen.

Lad os anskueliggøre det med et eksempel. Vi laster båden med 100 kg ekstra. Indsætter man denne værdi i (8a), finder man, at modstanden og effekten skal forøges med 1,8% for at holde samme fart.

Ref. 1: Gertler, M., A Reanalysis of the Original Test Data for theTaylor Standard Series. Report 806, March 1954, Navy Department, The David W. Taylor Model Basin, New York 7, D. C

Oktober 1996, N. P. Fenger